

第三章 光的干涉

第五节 多光束干涉和法布里-珀罗干涉仪

5. 多光束干涉和法布里-布罗干涉仪

5.1 多光束干涉的强度分布公式

5.2 法布里—珀罗干涉仪的装置和条纹的半值宽度

5.3 法布里—珀罗干涉仪的应用

5.1 多光束干涉的强度分布公式

光线经过薄膜的多光束反射光和透射光的振幅描述

振幅反射比： r_1 、 r_2' （上下外表面）； r_1' 、 r_2 （上下内表面）

振幅透射比： t_1 、 t_2' （上下表面自外向内）； t_1' 、 t_2 （上下表面自内向外）

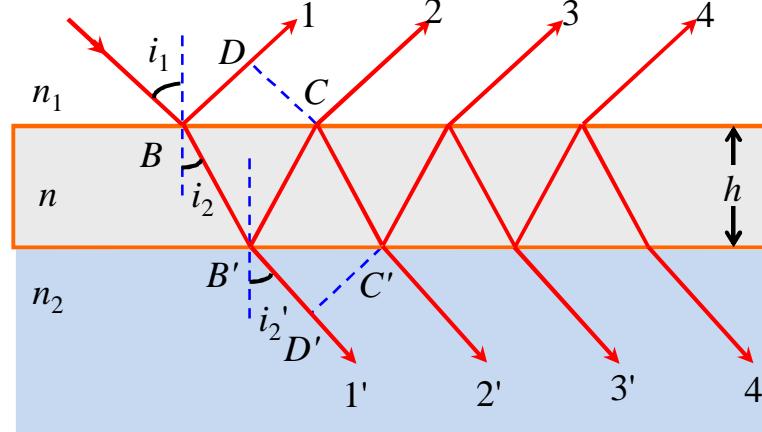
入射光振幅： A

h ：膜厚

n ：薄膜折射率

n_1 ：上层介质折射率

n_2 ：下层介质折射率



光波经薄膜层的反射和透射

反射光振幅： r_1A ， $r_2t_1t_1'A$ ， $r_2^2r_1't_1t_1'A$ ， $r_2^3r_1'^2t_1t_1'A$ ，…

透射光振幅： t_1t_2A ， $r_2r_1't_1t_2A$ ， $r_2^2r_1'^2t_1t_2A$ ， $r_2^3r_1'^3t_1t_2A$ ，…

若 $n_1=n_2$ ，则： $r_1=r_2'=r$ ， $r_2=r_1'=r'$ ， $t_1=t_2'=t$ ， $t_2=t_1'=t'$ ， $i_1=i_2'=i$ 。

由斯托克斯倒逆关系（ $r = -r'$ ， $r^2+tt'=1$ ），在不考虑复振幅相位的条件下，可得

反射光振幅： rA ， $r(1-r^2)A$ ， $r^3(1-r^2)A$ ， $r^5(1-r^2)A$ ，… $|r|=|r'|$

透射光振幅： $(1-r^2)A$ ， $r^2(1-r^2)A$ ， $r^4(1-r^2)A$ ， $r^6(1-r^2)A$ ，…

5.1 多光束干涉的强度分布公式

多光束的反射光和透射光的振幅描述

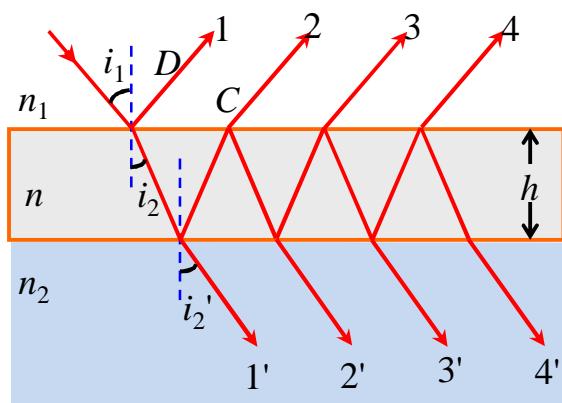
反射光振幅： $A_1=rA$ ， $A_2=r(1-r^2)A$ ， $A_3=r^3(1-r^2)A$ ， $A_4=r^5(1-r^2)A$ ，…

除第一束光之外，反射光振幅的通式 $A_j=r^{(2j-3)}(1-r^2)A, j=2,3,4\dots$

透射光振幅： $A'_1=(1-r^2)A$ ， $A'_2=r^2(1-r^2)A$ ， $A'_3=r^4(1-r^2)A$ ， $A'_4=r^6(1-r^2)A$ ，…

通式 $A_j=r^{(2j-2)}(1-r^2)A, j=1,2,3,4\dots$

若 r 较大（如接近0.5或以上），则相邻反射或透射光束振幅相差不大，第三束以后的光束对叠加的贡献不可忽略，变为不等强度的多光束干涉。



(1) 相邻两列波的几何光程差

$$\Delta L = 2nh \cos i_2$$

$$\Delta\phi = k\Delta L$$

(2) 相邻两列波的附加光程差

除反射光线1和2之外，其他相邻光线都没有因半波损引起的附加相位差。

一般讨论 $n_1=n_2=1 < n$ 的情况

5.1 多光束干涉的强度分布公式

多光束的复振幅描述

反射波

$$A_j = r^{(2j-3)}(1-r^2)A, j=2,3,4\dots$$

$$\tilde{U}_1 = A r e^{i(\varphi_0 + \pi)}$$

$$\tilde{U}_j = A r^{2j-3} (1-r^2) e^{i[\varphi_0 + (j-1)\Delta\varphi]}, j=2,3,\dots$$

透射波

$$A_j = r^{(2j-2)}(1-r^2)A, j=1,2,3,4\dots$$

$$\text{则 } \tilde{U}'_j = A_0 r^{2j-2} e^{i[\varphi'_0 + (j-1)\Delta\varphi]}$$

反射波和透射波的互补关系

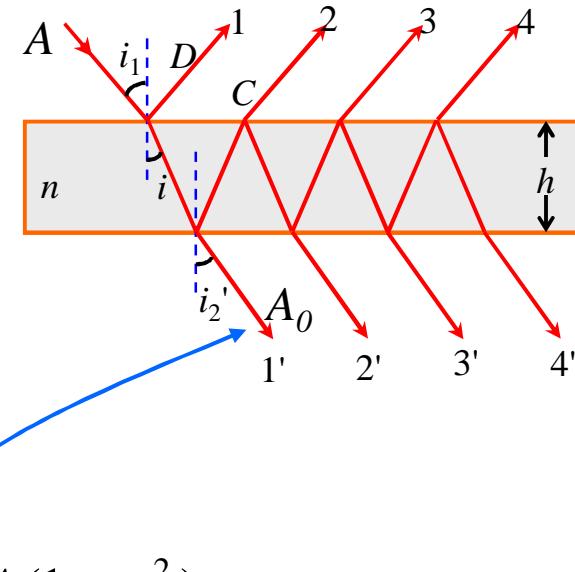
若定义 $A_0 = A(1-r^2)$

$$\text{其中 } \Delta\varphi = k\Delta L = k2nh \cos i_2 = \frac{4\pi nh \cos i_2}{\lambda}$$

对 $\Delta\varphi$ 的主要影响因素：倾角 i 和波长 λ 。

在 $n_1=n_2$ 的情况下，薄膜反射和透射光的横截面都与入射光相同，因此由光功率（能流）守恒，得到光强（能流密度）守恒，即： $I_R + I_T = I_0$

其中 $I_0 = A^2$ 。我们只需在透射或反射光中，选取容易计算的一项，则另一项与之互补。从形式来看，显然透射光更容易计算。



5.1 多光束干涉的强度分布公式

透射光多光束合振动的计算

若定义 $R = r^2 = r'^2$ (光强反射率)

则透射光的复振幅为 $\tilde{U}'_j = A_0 r^{2j-2} e^{i[\varphi'_0 + (j-1)\Delta\varphi]}$

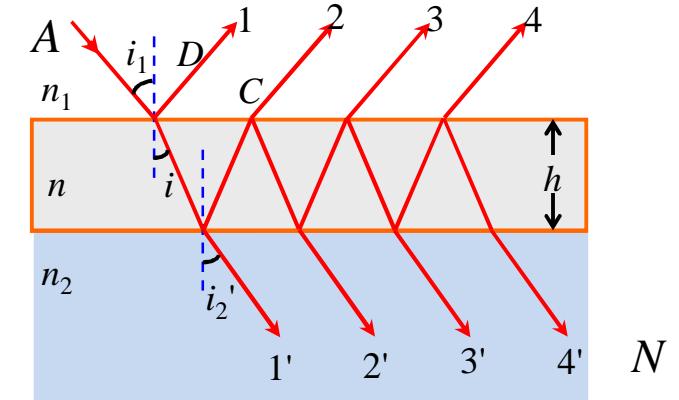
可写为 $\tilde{U}'_j = A_0 R^{j-1} e^{i[\varphi'_0 + (j-1)\Delta\varphi]}$, $j = 1, 2, \dots$

透射光波的合振动为

$$\begin{aligned}\tilde{U}_T &= \sum_{j=1}^N A_0 R^{j-1} e^{i[\varphi'_0 + (j-1)\Delta\varphi]} = A_0 e^{i\varphi'_0} \sum_{j=0}^{N-1} R^j e^{i(j\Delta\varphi)} \\ &= A_0 e^{i\varphi'_0} \frac{1 - R^N e^{iN\Delta\varphi}}{1 - R e^{i\Delta\varphi}}\end{aligned}$$

当 $N \rightarrow \infty$ 时，可以得到透射波的复振幅为

$$\tilde{U}_T = \frac{A_0 e^{i\varphi'_0}}{1 - R e^{i\Delta\varphi}} = \frac{A(1 - r^2) e^{i\varphi'_0}}{1 - R e^{i\Delta\varphi}} = \frac{A(1 - R) e^{i\varphi'_0}}{1 - R e^{i\Delta\varphi}}$$



$$n_1 = n_2 < n$$

5.1 多光束干涉的强度分布公式

透射光波的光强

$$\begin{aligned} \text{透射光的光强为 } I_T &= \tilde{U}_T \tilde{U}_T^* = \frac{A(1-R)e^{i\varphi_0'}}{1 - R e^{i\Delta\varphi}} \cdot \frac{A(1-R)e^{-i\varphi_0'}}{1 - R e^{-i\Delta\varphi}} \\ &= \frac{A^2(1-R)^2}{(1 - R e^{i\Delta\varphi})(1 - R e^{-i\Delta\varphi})} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1 - R e^{i\Delta\varphi})(1 - R e^{-i\Delta\varphi}) &= 1 - R(e^{i\Delta\varphi} + e^{-i\Delta\varphi}) + R^2 = 1 - 2R \cos(\Delta\varphi) + R^2 \\ &= (1 - R)^2 + 2R - 2R \cos \Delta\varphi = (1 - R)^2 + 2R \left(1 - 1 + 2 \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}\right) \end{aligned}$$

$$= (1 - R)^2 + 4R \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}$$

$$I_T = \frac{A^2(1-R)^2}{(1 - R)^2 + 4R \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}} = \frac{I_0}{1 + \frac{4R \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}}{(1 - R)^2}}$$
 入射光强 $I_0 = A^2$

5.1 多光束干涉的强度分布公式

反射光波的光强

(1) 由 $I_R + I_T = I_0$ 得到反射光波的光强为

$$I_R = I_0 - I_T = I_0 - \frac{I_0}{1 + \frac{4R \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}}{(1-R)^2}} = \frac{I_0}{1 + \frac{(1-R)^2}{4R \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}}}$$

(2) 通过直接求得反射波的合振动来求反射光波的光强

$$\begin{aligned}\tilde{U}_R &= AR^{1/2}e^{i(\varphi_0+\pi)} + \sum_{j=2}^N AR^{j-\frac{3}{2}}(1-R)e^{i[\varphi_0+(j-1)\Delta\varphi]} \\ &= -AR^{1/2}e^{i\varphi_0} + AR^{-1/2}(1-R)e^{i\varphi_0} \sum_{j=2}^N R^{j-1}e^{i[(j-1)\Delta\varphi]} \\ &= -AR^{1/2}e^{i\varphi_0} + AR^{-1/2}(1-R)e^{i\varphi_0} \sum_{j=1}^{N-1} R^j e^{i(j\Delta\varphi)} \\ &= -AR^{1/2}e^{i\varphi_0} + AR^{-1/2}(1-R)e^{i\varphi_0} \frac{Re^{i\Delta\varphi}[1 - R^{N-1}e^{(N-1)\Delta\varphi}]}{1 - Re^{i\Delta\varphi}} \\ &\stackrel{N \rightarrow \infty}{=} AR^{1/2}e^{i\varphi_0} \left[-1 + \frac{(1-R)e^{i\Delta\varphi}}{1 - Re^{i\Delta\varphi}} \right] = AR^{1/2}e^{i\varphi_0} \left(\frac{-1 + e^{i\Delta\varphi}}{1 - Re^{i\Delta\varphi}} \right)\end{aligned}$$

5.1 多光束干涉的强度分布公式

反射光波的光强

由反射光波的振幅 $\tilde{U}_R = AR^{1/2}e^{i\varphi_0} \left(\frac{-1 + e^{i\Delta\varphi}}{1 - Re^{i\Delta\varphi}} \right)$

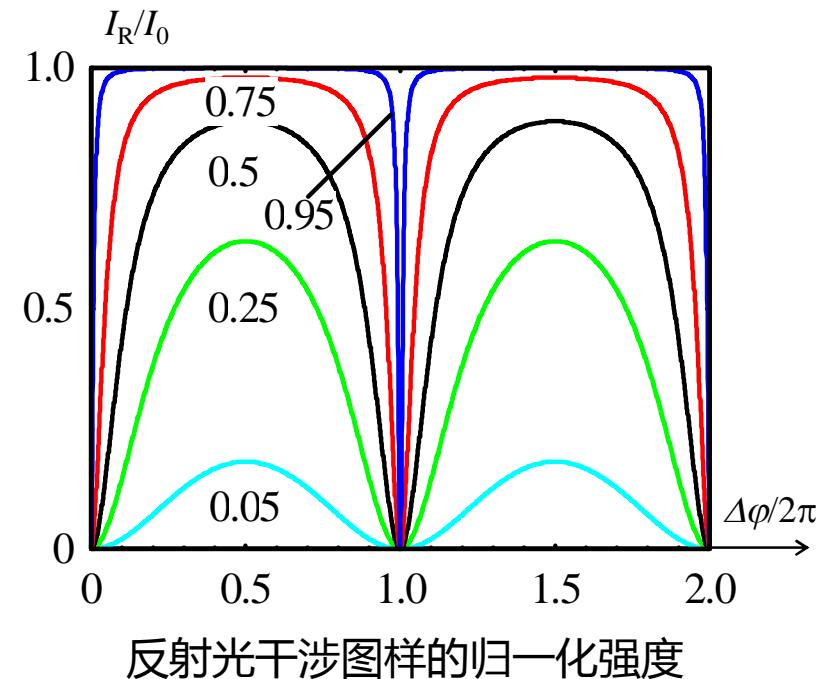
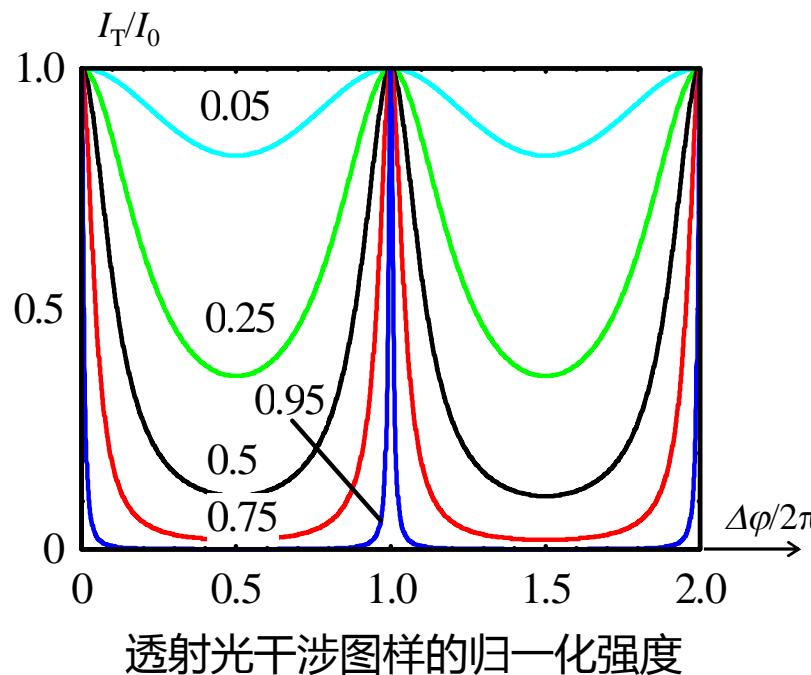
得到反射光的光强

$$\begin{aligned} I_R &= \tilde{U}_R \tilde{U}_R^* = A^2 R \left(\frac{-1 + e^{i\Delta\varphi}}{1 - Re^{i\Delta\varphi}} \right) \left(\frac{-1 + e^{-i\Delta\varphi}}{1 - Re^{-i\Delta\varphi}} \right) \\ &= A^2 R \frac{1 - e^{i\Delta\varphi} - e^{-i\Delta\varphi} + 1}{1 - R(e^{i\Delta\varphi} - e^{-i\Delta\varphi}) + R^2} = \frac{2A^2 R(1 - \cos \Delta\varphi)}{1 - 2R \cos \Delta\varphi + R^2} \\ &= I \frac{\frac{4R \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}}}{1 + \frac{(1-R)^2}{4R \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}}} = \frac{I}{1 + \frac{(1-R)^2}{4R \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}}} \end{aligned}$$

也写作 $I_R = \frac{F \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}}{1 + F \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}}$ $F = \frac{4R}{(1-R)^2}$ 被称为精细常数或精细度 (Finesse)

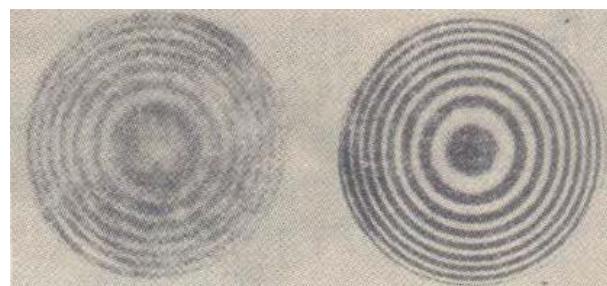
5.1 多光束干涉的强度分布公式

干涉光强随相位差和反射率的变化



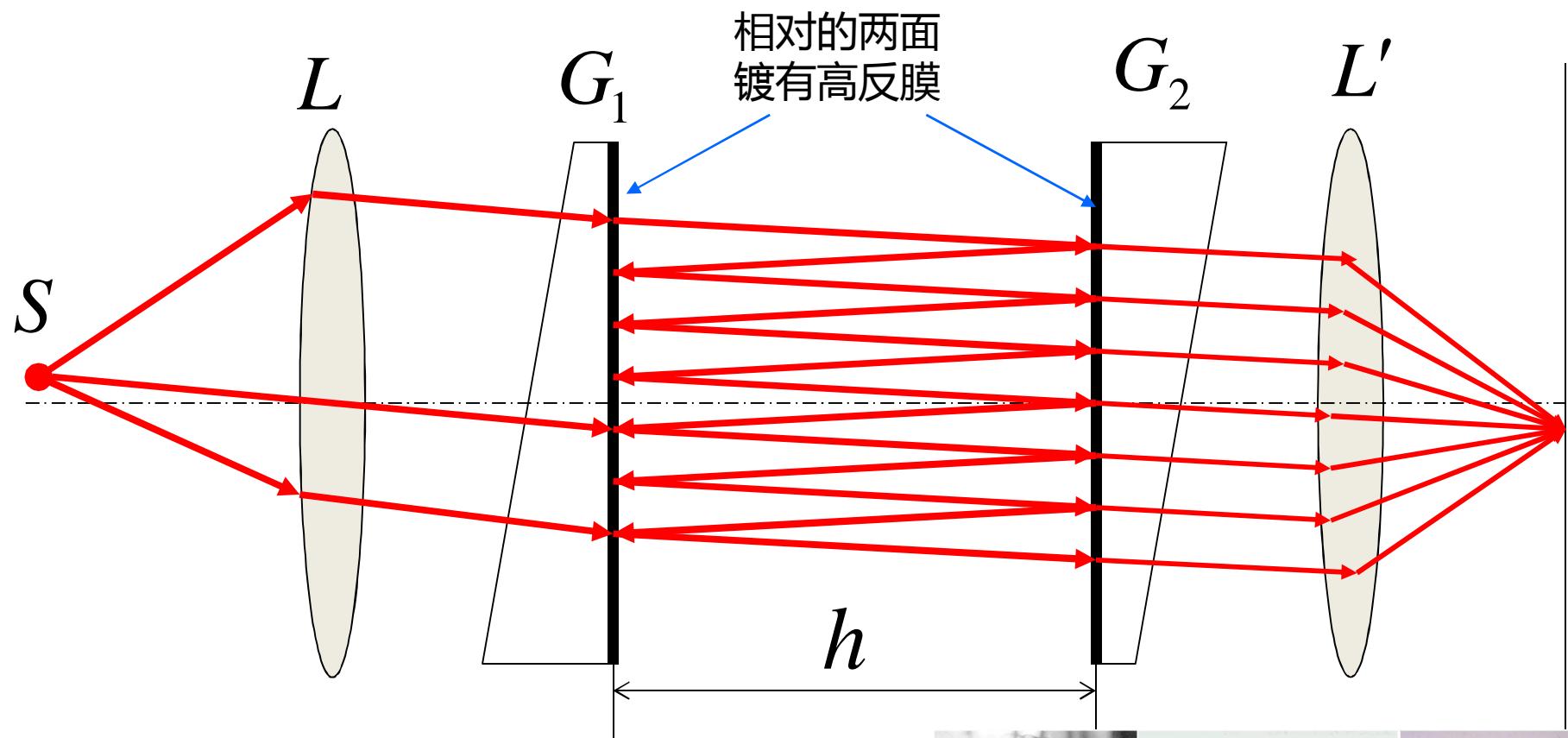
说明

- (1) I_T 和 I_R 虽然和光强反射率 $R=r^2$ 、以及相位差都有关系，但是极大值和极小值的位置仅由相位差 $\Delta\phi$ 决定。
- (2) 反射光和透射光在光强和干涉花样上互补。



5.2 法布里—珀罗干涉仪的装置和条纹的半值宽度

法布里—珀罗干涉装置(Fabry-Pérot interferometer)

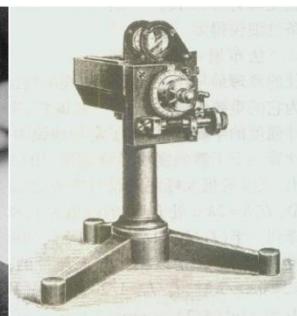


如果 h 固定，称为Fabry-Perot标准具。

如果 h 可调，称为Fabry-Perot干涉仪。



Charles Fabry



Alfred Pérot

5.2 法布里—珀罗干涉仪的装置和条纹的半值宽度

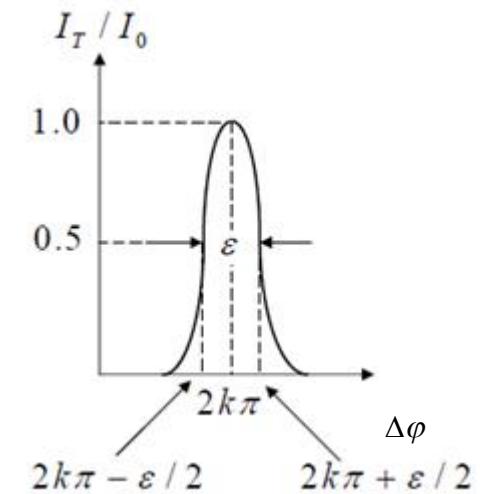
干涉条纹的半值宽度

半值宽度：光强降为峰值一半时峰的宽度，亦称半值半宽。半值宽度对于反射光和透射光都存在。

$$I_T = \frac{I_0}{1 + \frac{4R \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}}{(1-R)^2}}$$

$$I_R = \frac{I_0}{1 + \frac{(1-R)^2}{4R \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}}}$$

当 $\Delta\varphi$ 从 $2k\pi$ 变化为 $2k\pi \pm \varepsilon/2$ 时，光强变为极大值的一半。其中 ε 为条纹的**半值相位宽度**。



$$I_T = \frac{1}{2} I_0 \Rightarrow \frac{4R \sin^2 \left(\frac{2k\pi + \varepsilon/2}{2} \right)}{(1-R)^2} = 1 \Rightarrow \frac{4R \sin^2 \frac{\varepsilon}{4}}{(1-R)^2} \approx \frac{4R \left(\frac{\varepsilon}{4} \right)^2}{(1-R)^2} = \frac{R\varepsilon^2}{4(1-R)^2} = 1$$

$\varepsilon = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$ rad 可以用来表示条纹的几何宽度，即角宽度。

5.2 法布里—珀罗干涉仪的装置和条纹的半值宽度

法布里珀罗干涉条纹的特点 (1) 一条纹角分布

由 $\varepsilon = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$ 可以看出: R 越大, ε 越小, 条纹就越细锐。这一结论

对于透射和反射条纹同样适用。

以单色扩展光入射, 则波长 λ 固定, 但倾角 i 发生变化。对第 j 级亮条纹有

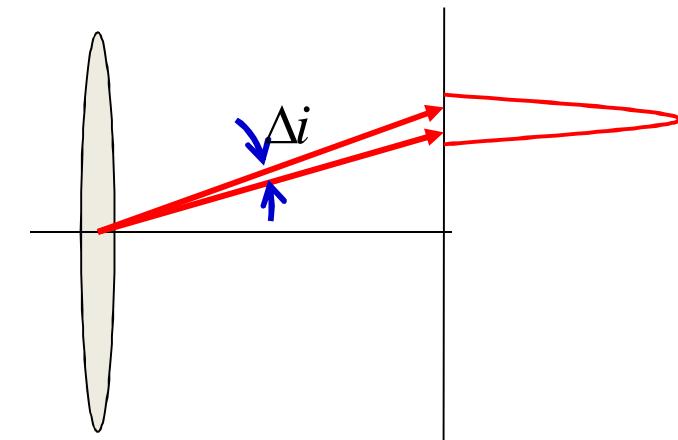
$$\Delta\varphi_j = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L = \frac{4\pi nh \cos i_2}{\lambda} = 2j\pi$$

条纹的角宽度为 $d(\Delta\varphi_j) = -\frac{4\pi nh \sin i_2}{\lambda} di_2$

令 $d(\Delta\varphi_j) = \varepsilon$ $di_2 = \Delta i_2$

得到条纹的半值角宽度 $\Delta i_{2,j}$ (简写为 Δi_2) 为

$$\Delta i_2 = \frac{\lambda \varepsilon}{4\pi nh \sin i_2} = \frac{\lambda}{2\pi nh \sin i_2} \frac{1-R}{\sqrt{R}}$$



固定 n, h 和 λ , 考察某一极强附近的半角宽度。

5.2 法布里—珀罗干涉仪的装置和条纹的半值宽度

法布里珀罗干涉条纹的特点 (1) 一条纹角分布

与迈克尔逊干涉仪角宽度的对比

对于迈克尔逊干涉仪来说，其干涉的两列光波的光程差和相位差为：

$$\Delta L = 2h \cos i \quad \Delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} h \cos i$$

干涉的两列光波的最大振幅基本相等，即 $A_1 \approx A_2$ ，因此

$$I \approx 2I_0 + 2I_0 \cos \Delta\varphi = I_0 \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}$$

光强等于1/2对应的半值相位宽度为 $\cos^2 \frac{\varepsilon}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varepsilon = \frac{\pi}{2}$

$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2nh \cos i_2 \Rightarrow \varepsilon \approx \frac{4\pi nh \sin i_2}{\lambda} \Delta i_2$ 将 $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$ 带入，得到

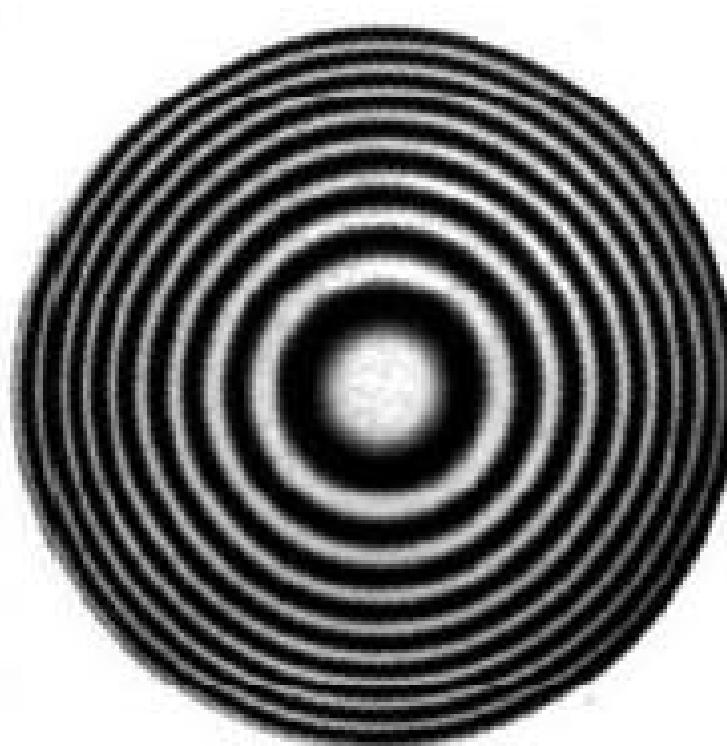
$$\Delta i_2 \approx \frac{\lambda}{4\pi n_2 h \sin i_2} \frac{\pi}{2} = \frac{\lambda}{2\pi n_2 h \sin i_2} \frac{\pi}{4} \text{ 对比F-P条纹的半角宽度 } \Delta i_2 = \frac{\lambda}{2\pi n h \sin i_2} \frac{1-R}{\sqrt{R}}$$

因为 $R \approx 1$ ，故有 $\frac{1-R}{\sqrt{R}} \ll \frac{\pi}{4}$ 即多光束干涉条纹要更加细锐。

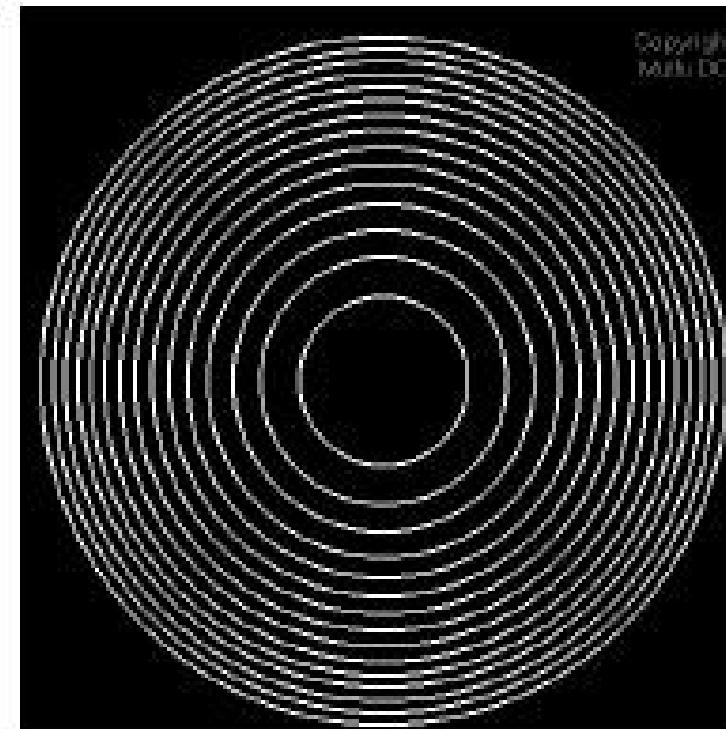
5.2 法布里—珀罗干涉仪的装置和条纹的半值宽度

法布里珀罗干涉条纹的特点 (1) 一条纹角分布

与迈克尔逊干涉仪角宽度的对比



迈克尔逊干涉仪的干涉条纹



法布里-珀罗干涉条纹

5.2 法布里—珀罗干涉仪的装置和条纹的半值宽度

法布里珀罗干涉条纹的特点(2) — 频率(波长)分布

当白光平行入射时，只有特定波长才可以满足位相差公式的极大值，即

$$\Delta\varphi_j = 4\pi nh \cos i_2 / \lambda = 2j\pi$$

j 级亮条纹中，极大值处的波长为 $\lambda_j = \frac{1}{j} 2nh \cos i_2$

在其附近，波长改变，强度下降，到达半值宽度时，相应波长的改变量为

$$d(\Delta\varphi_j) = -(4\pi nh \cos i_2 / \lambda^2_j) d\lambda_j = \varepsilon = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$$

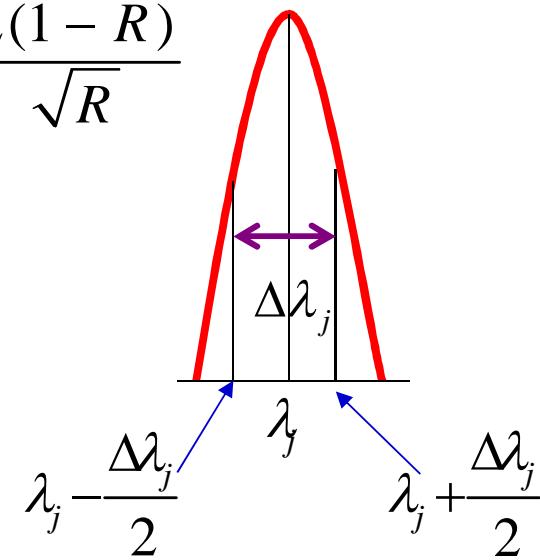
令从而得到波长的半值宽度为：

$$|\Delta\lambda_j| = \frac{\lambda_j^2}{2\pi nh \cos i_2} \frac{1-R}{\sqrt{R}} = \frac{\lambda_j}{j\pi} \frac{1-R}{\sqrt{R}}$$

(绝对值一般略写)

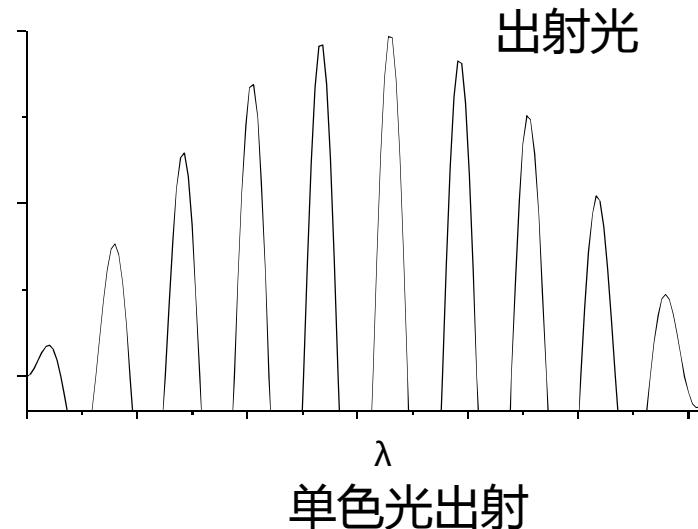
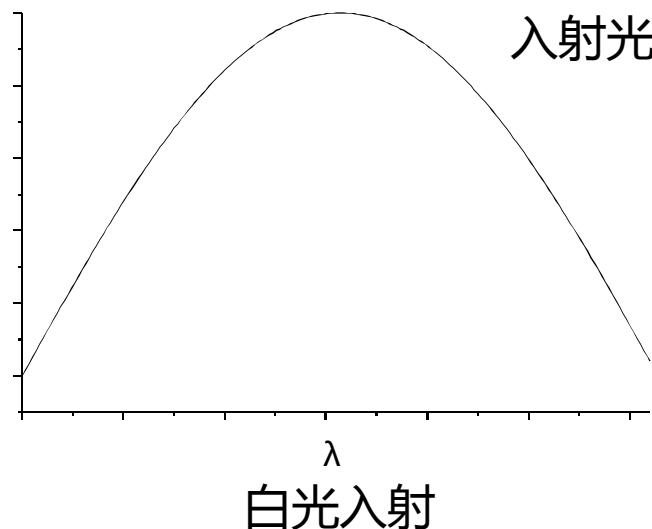
由于 $\frac{1-R}{\sqrt{R}} \ll 1$ 使得 $\Delta\lambda_j \ll \lambda$

每一级出射的亮条纹都是单色性较好的光波。



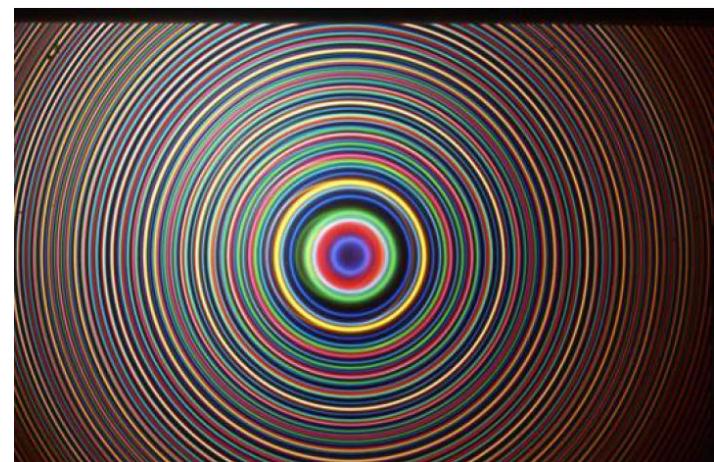
5.2 法布里—珀罗干涉仪的装置和条纹的半值宽度

法布里珀罗干涉条纹的特点 (2) — 频率(波长)分布



用途

- 光学谐振腔：选模，保证激光器的单色性
- 光谱分析：超精细光谱结构的研究



5.2 法布里—珀罗干涉仪的装置和条纹的半值宽度

半值宽度的总结

干涉条纹的半值宽度可以用三种形式来表示，分别与干涉强度的三种显示描述函数的形式相对应，总结如下：

半值宽度形式	表达式	对应光强表达式的形式
半值相位宽度	$\varepsilon = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}$	$I(\Delta\phi)$
半值角宽度	$\frac{\lambda}{2\pi nh\sin i_2} \frac{1-R}{\sqrt{R}}$	$I(\Delta\theta)$
半值波长宽度	$\frac{\lambda_j}{j\pi} \frac{1-R}{\sqrt{R}}$	$I(\Delta\lambda)$

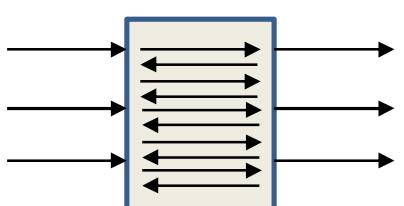
三种表示形式均表示：

- 单界面反射率越高， R 越接近于1，则半值宽度越小；
- 腔长 h 越长，条纹越细锐，或者说谱线宽度越窄。

5.3 法布里—珀罗干涉仪的应用

(1) 用于实现激光谐振腔

一束平行光正入射一个FP腔，连续宽光谱被改变为准分立谱



F-P谐振腔 在正入射条件下，干涉极大的特定波长满足 $\lambda_j = \frac{2nh}{j}, j = 1, 2, \dots$

透射波长的谱线宽度满足

若以频率 ν (Hz) 为横坐标，则谱峰位置为 $\nu_j = \frac{c}{\lambda_j} = \frac{cj}{2nh}, j = 1, 2, \dots$

$$\Delta \lambda_j = \frac{\lambda_j^2}{2\pi nh} \frac{1-R}{\sqrt{R}} \quad \text{单位常用nm表示}$$

$$\Delta \nu_j = \frac{c}{2\pi nh} \frac{1-R}{\sqrt{R}} \quad \text{单位常用MHz表示}$$

说明：

激光器原理中，一般将透射光谱成分 ν_k 称为纵模， $\Delta\nu$ 称为纵模间隔， $\Delta\nu_j$ 称为单模线宽（频宽）。

思考：

为什么在描述激光器的光谱时，人们习惯用光频而不是波长作为横坐标？

答：相邻谱峰对应间隔为 $\Delta\nu = \nu_{j+1} - \nu_j = \frac{c}{2nh}$ 与级数 j 无关，谱峰间距相等。

5.3 法布里—珀罗干涉仪的应用

(1) 用于实现激光谐振腔

例5-1

一个腔长为10cm的FP谐振腔，腔面反射率为0.95，入射光谱中心波长 λ_0 为600nm，谱宽 $\Delta\lambda_0$ 为1nm。试估算该FP腔输出的透射光谱中含有多少个纵模频率及其单模线宽。

解答：首先计算纵模间隔 $\Delta\nu = \frac{c}{2nh} \approx \frac{3 \times 10^{10}}{2 \times 10} \approx 1.5 \times 10^3$ MHz

为求得输出的纵模个数，需要先将波长 λ_0 ，谱线宽度 $\Delta\lambda_0$ 换算到频率坐标上的 ν_0 和 $\Delta\nu_0$ 。
 $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \times 10^{10}}{600 \times 10^{-7}} \approx 5 \times 10^8$ MHz $\Delta\nu_0 \approx \frac{\Delta\lambda_0}{\lambda_0} \nu_0 \approx \frac{5 \times 10^8}{600} \text{MHz} \approx 8.3 \times 10^5$ MHz

输出纵模个数为 $N = \frac{\Delta\nu_0}{\Delta\nu} \approx \frac{8.3 \times 10^5}{1.5 \times 10^3} \approx 5 \times 10^2$

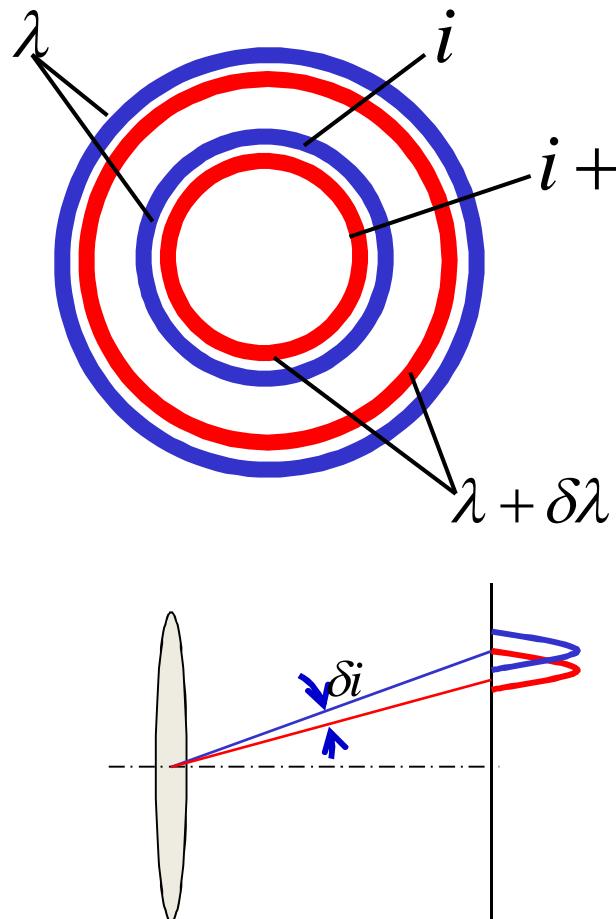
单模线宽为 $\Delta\nu = \frac{c}{2\pi nh} \frac{1-R}{\sqrt{R}} \approx \frac{3 \times 10^{10}}{2\pi \times 10} \times \frac{1-0.95}{1} \text{Hz} \approx 24$ MHz

$\Delta\lambda = \frac{\Delta\nu}{\nu} \times \lambda_0 \approx \frac{24}{5 \times 10^8} \times 600 \text{nm} \approx 3 \times 10^{-5}$ nm

5.3 法布里—珀罗干涉仪的应用

(2) 用于分辨超精细光谱

FP干涉仪的分辨本领



考虑双谱线入射光 $\lambda_1=\lambda$ 和 $\lambda_2=\lambda+\delta\lambda$ 形成的干涉条纹。在第 j 级亮条纹分别满足

$$\begin{cases} 2nh \cos i_j = j\lambda \\ 2nh \cos(i_j + \delta i) = j(\lambda + \delta\lambda) \end{cases}$$

由此可得

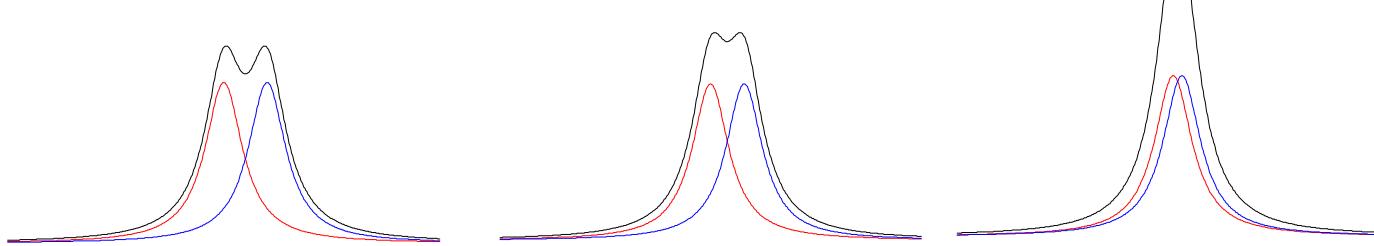
$$\begin{aligned} -2nh \sin i_j \delta i_j &\approx j\delta\lambda \\ \Rightarrow \delta i_j &= \frac{j}{2nh \sin i_j} \delta\lambda \end{aligned}$$

δi_j (一般也简写做 δi) 被称为波长差为 $\delta\lambda$ 的 j 级亮条纹之间的角间隔。

5.3 法布里—珀罗干涉仪的应用

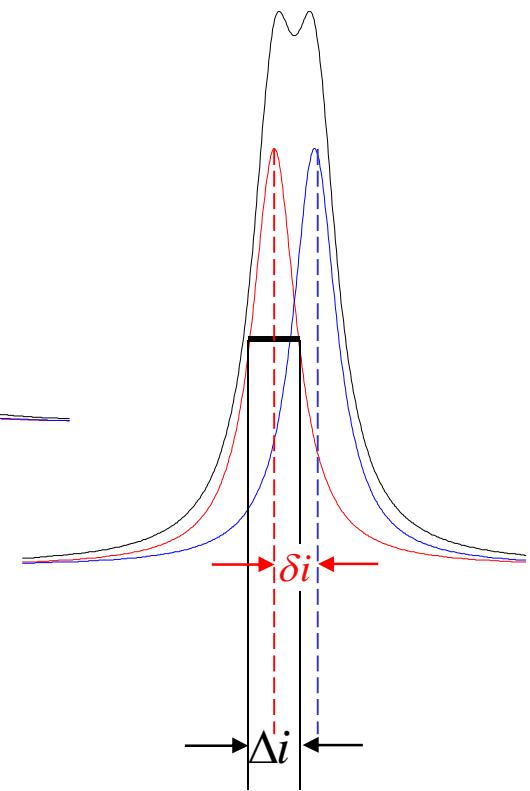
(2) 用于分辨超精细光谱

瑞利(Rayleigh)判据



干涉条纹相邻亮线之间的角间隔为 δi_j ，亮线自身的半角宽度为 Δi_j 。则瑞利判据可描述如下：

- $\delta i_j > \Delta i_j$ ，双谱线可以分辨；
- $\delta i_j < \Delta i_j$ ，双谱线不能分辨；
- $\delta i_j = \Delta i_j$ ，是可分辨的最小波长间隔。



$$\left. \begin{aligned} \Delta i_j &= \frac{\lambda}{2\pi nh \sin i_j} \frac{1-R}{\sqrt{R}} \\ \delta i_j &= \frac{j}{2nh \sin i_j} \delta\lambda \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\lambda}{\pi} \frac{1-R}{\sqrt{R}} = j \delta\lambda$$

$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{j\pi} \frac{1-R}{\sqrt{R}} \quad \text{可分辨的最小波长间隔}$$
$$R_c = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\sqrt{R}}{1-R} j\pi \quad \text{色(波长)分辨率}$$

5.3 法布里—珀罗干涉仪的应用

(2) 用于分辨超精细光谱

例5-2

一个腔长为2cm的FP仪，镀膜反射率约为0.98，试求出波长λ约为500nm附近的最小波长间隔和分辨本领。

解答：

首先应当估计干涉级数 j 。不妨取倾角 i 为小角度，即在视场中心附近，此时 $\cos i \approx 1$ 。

$$j \approx \frac{2nh}{\lambda} \approx \frac{2 \times 2\text{cm}}{500\text{nm}} \approx 8 \times 10^4$$

由此可见，FP干涉仪出现的均为高级别干涉条纹，即长程差干涉。原因在于腔长在cm数量级。FP干涉仪可分辨的最小波长间隔为

$$\delta\lambda_m \approx \frac{\lambda}{\pi j} \frac{1-R}{\sqrt{R}} \approx \frac{500\text{nm}}{\pi \times 8 \times 10^4} \cdot \frac{1-0.98}{1} \approx 4 \times 10^{-5} \text{nm}$$

FP的分辨本领为 $R_c \approx \frac{\lambda}{\delta\lambda_m} \approx 10^7$

5.3 法布里—珀罗干涉仪的应用

FP干涉仪的自由光谱范围

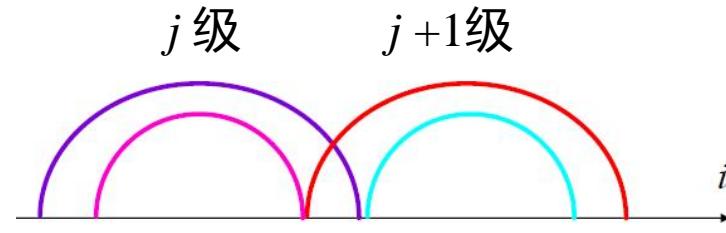
自由光谱范围(free spectral range)：能测量的量程或光谱范围 $\lambda_m \sim \lambda_M$ 。

不同级不同波长条纹互不重叠的光谱范围称为自由光谱范围(FSR)。
自由光谱范围是限制法布里—珀罗干涉仪应用范围的主要因素。

令波长上限 λ_M 的第 j 级亮环与波长下限 λ_m 的第 $j+1$ 级亮环刚好接近，即

$$j\lambda_M = (j+1)\lambda_m \Rightarrow \lambda_M - \lambda_m \approx \frac{\bar{\lambda}}{j}$$

又由 $j \approx \frac{2nh}{\bar{\lambda}}$ 得到FP干涉仪的自由光谱范围是 $\Delta\lambda_f = \lambda_M - \lambda_m \approx \frac{\bar{\lambda}^2}{2nh}$



$$\text{其中 } \bar{\lambda} = \frac{\lambda_M + \lambda_m}{2}$$

可以看出， h 限制了FP干涉仪的自由光谱范围(但同时提高了分辨率)。在可见光波段， $h \sim 2\text{cm}$ 的FP仪，自由光谱范围约为 10^{-2}nm 。

本节重点

1. FP干涉的强度分布公式（理解）
2. FP干涉和双光束薄膜干涉的对比（理解）
3. FP干涉仪的结构和实现机理（理解）
4. FP干涉仪的选模机制和线宽（计算）
5. FP干涉仪的色分辨本领和自由光谱范围（计算）

课堂思考题

1. FP腔的入射光往往是连续的宽光谱，相干时间较短，而FP的长度常在厘米量级，干涉是高级次的长程干涉，为什么在分析FP腔的选频功能时，不需要考虑入射光的相干长度问题，而迈克尔逊干涉仪则不行？
2. 对于例5-1来说，如果仅仅是计算得到的参数，可以真正起到挑选波长和压缩线宽的作用吗？实际中我们应当采取什么样的技术手段，才能真正发挥FP腔挑选波长、压缩线宽的功效？

作业

P343-1,3,4 (重排p251)

思考题：

1. 请调研高反射率的测量方法。
2. 调研椭偏仪测量膜厚和折射率的原理。

作业

P343-1,3,4 (重排p251)

思考题：

1. 请设计或解析一种课上没有讲到的干涉仪，并针对1-2项生活、科研中的需求，思考干涉仪能解决的实际问题，以及实际应用中的特点。
2. 调研椭偏仪测量膜厚和折射率的原理。